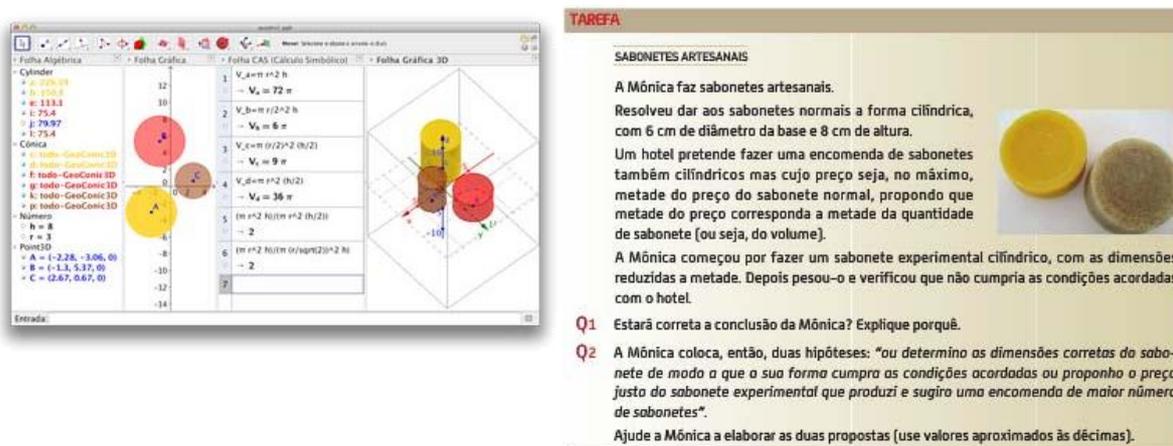


Tecnologia e matemática – Dilema didático num contexto programático hostil.

O aparecimento, no início dos anos oitenta, dos computadores pessoais gerou uma relação intimista entre o utilizador e o computador (Dos Santos, 1999). Atualmente esta relação é ainda mais próxima, os dispositivos moveis, telemóveis e tablets possuem as capacidades computacionais dos anos oitenta do século passado, contendo por ventura sofisticados meios computacionais que podem gerar novo conhecimento e resultados matemáticos novos. Não menos importante é a relação dos indivíduos com estes meios tecnológicos, dispensando o uso dos periféricos de entrada, o uso do rato se tornou obsoleto, existindo já interação direta através da fala e do olhar. Estas formas de intersecção tornam os dispositivos tecnológicos cada vez mais aliciantes, existindo outras formas de aprendizagem que tem vindo a ser afastadas das salas de aulas.

O software para trabalho em matemática tem sofrido uma grande evolução na última década. Hoje encontramos aplicações gratuitas que podem ser utilizadas em sala de aula proporcionando atividades extremamente ricas. O caso do GeoGebra é paradigmático, a partir de um programa de geometria dinâmica, o desenvolvimento opensource permitiu em uma década acoplar novas funcionalidades. A título de exemplo considere-se a tarefa proposta num manual escolar e a exploração que o GeoGebra permitiu com os alunos (fig. 1). A aplicação foi construída com extrema simplicidade, em aula, permitindo verificar algumas das conjecturas ou cálculos realizados pelos alunos.



The image shows a screenshot of the GeoGebra software interface. On the left, there are several worksheets: 'Folha Algébrica', 'Folha Gráfica', 'Folha CAS (Cálculo Simbólico)', and 'Folha Gráfica 3D'. The 'Folha Algébrica' worksheet contains a list of variables and their values: $r = 2.75$, $h = 8$, $V_1 = 113.1$, $V_2 = 75.4$, $V_3 = 79.97$, $V_4 = 75.4$. The 'Folha Gráfica' worksheet contains a list of equations: $V_1 = \pi r^2 h$, $V_2 = \pi r^2 h$, $V_3 = \pi r^2 h$, $V_4 = \pi r^2 h$. The 'Folha CAS' worksheet contains a list of equations: $V_1 = \pi r^2 h$, $V_2 = \pi r^2 h$, $V_3 = \pi r^2 h$, $V_4 = \pi r^2 h$. The 'Folha Gráfica 3D' worksheet shows a 3D coordinate system with several cylinders of different colors (yellow, red, brown) and their corresponding volumes. On the right, there is a task titled 'TAREFA' with the following text: 'SABONETES ARTESANAIS. A Mônica faz sabonetes artesanais. Resolveu dar aos sabonetes normais a forma cilíndrica, com 6 cm de diâmetro da base e 8 cm de altura. Um hotel pretende fazer uma encomenda de sabonetes também cilíndricos mas cujo preço seja, no máximo, metade do preço do sabonete normal, propondo que metade do preço corresponda a metade da quantidade de sabonete (ou seja, do volume). A Mônica começou por fazer um sabonete experimental cilíndrico, com as dimensões reduzidas a metade. Depois pesou-o e verificou que não cumpria as condições acordadas com o hotel. Q1 Estará correta a conclusão da Mônica? Explique porquê. Q2 A Mônica coloca, então, duas hipóteses: "ou determino as dimensões corretas do sabonete de modo a que a sua forma cumpra as condições acordadas ou proponho o preço justo do sabonete experimental que produzi e sugiro uma encomenda de maior número de sabonetes". Ajude a Mônica a elaborar as duas propostas (use valores aproximados às décimas).'

Figura 1 - Tarefa Sabonetes Artesanais e a exploração da mesma com o GeoGebra

O uso das diversas Folhas - Algébrica, Gráfica, CAS, e Gráfica 3D - serviu para sintetizar a informação que os alunos transcreveram nas suas folhas de trabalho em papel. A mudança dos valores escolhidos para os raios (r) das diretrizes dos cilindros bem como o valor da altura (h) permitiu obter, de imediato, as representações dos diversos cilindros e o cálculo dos volumes associados (Breda, Dos Santos & Trocado, 2013, pp. 65-66).

Em contraponto, no nosso país, na última década assistimos a um oscilar entre currículos de matemática focados na aprendizagem ou focados no ensino. Esta minha afirmação pode ser polémica, mas ninguém pode escamotear que os atuais programas introduzem um formalismo exacerbado, estão focados no ensino de conteúdos que carecem de muito tempo de ensino e de trabalho de consolidação. Ora os alunos de hoje são resilientes a aprendizagens demoradas e descontextualizadas. A tecnologia neste ponto poderia ajudar e dotar os indivíduos de ferramentas gratuitas e disponível até para investigação contemporânea em matemática.

Uma prova pode ser construída por exemplo usando o software gratuito Isabelle2016. Este software como outros são atualmente usados em investigação em matemática, são uma forma dos investigadores serem

auxiliados em tarefas rotineiras. No caso da figura 2 vemos uma prova de uma proposição dados três axiomas de uma relação de ordem a partir do software *Isabelle2016*¹, a utilização deste software permite a verificação de conjecturas. Há ainda outros softwares como por exemplo o Prover9 que dão indicação dos passos que pode ser seguido numa prova formal.

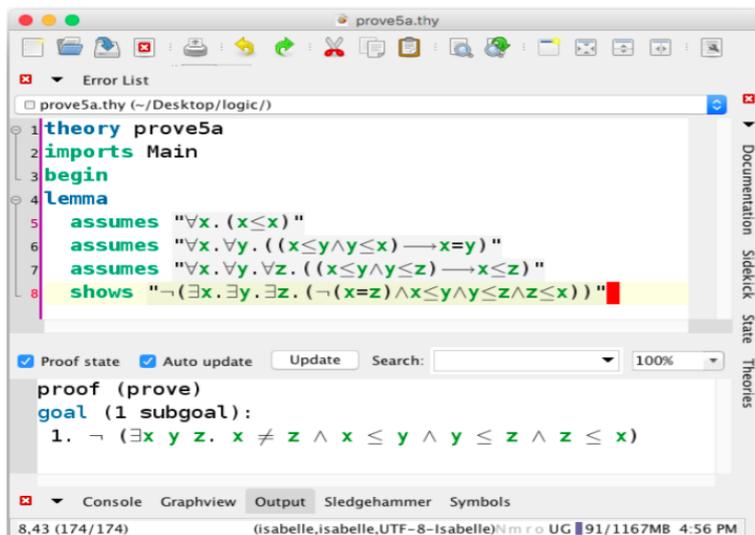


Figura 2 – Demonstrador automático *Isabelle2016*.

Considerando-se a fórmula da figura 3, se pretendemos avaliar o seu valor lógico teríamos de considerar 64 casos e só um deles falha. Este tipo de desafios mostram a utilidade da tecnologia no ensino, ela pode permitir a introdução de tarefas que podem introduzir novas ferramentas para desenvolver o imagético contemporâneo da matemática e propiciar aprendizagens mais ricas libertando o aluno de tarefas rotineiras.

$(\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg C) \wedge (\neg B \vee \neg C) \wedge (\neg D \vee \neg E) \wedge (\neg D \vee \neg F) \wedge (A \vee D) \wedge (B \vee E) \wedge (C \vee F)$

n	A	B	C	D	E	F	G
01	1	1	1	1	1	1	0
02	1	1	1	1	1	0	0
03	1	1	1	1	0	1	0
04	1	1	1	1	0	0	0
05	1	1	1	0	1	1	0
06	1	1	1	0	1	0	0
07	1	1	1	0	0	1	0
08	1	1	1	0	0	0	0
09	1	1	0	1	1	1	0
10	1	1	0	1	1	0	0
11	1	1	0	1	0	1	0
12	1	1	0	1	0	0	0
13	1	1	0	0	1	1	0
14	1	1	0	0	1	0	0
15	1	1	0	0	0	1	0
16	1	1	0	0	0	0	0
17	1	0	1	1	1	1	0
18	1	0	1	1	1	0	0
19	1	0	1	1	0	1	0
20	1	0	1	1	0	0	0
21	1	0	1	0	1	1	0
22	1	0	1	0	1	0	0
23	1	0	1	0	0	1	0
24	1	0	1	0	0	0	0
25	1	0	0	1	1	1	0
26	1	0	0	1	1	0	0
27	1	0	0	1	0	1	0
28	1	0	0	1	0	0	0
29	1	0	0	0	1	1	1
30	1	0	0	0	1	0	0
31	1	0	0	0	0	1	0
32	1	0	0	0	0	0	0

n	A	B	C	D	E	F	G
33	0	1	1	1	1	1	0
34	0	1	1	1	1	0	0
35	0	1	1	1	0	1	0
36	0	1	1	1	0	0	0
37	0	1	1	0	1	1	0
38	0	1	1	0	1	0	0
39	0	1	1	0	0	1	0
40	0	1	1	0	0	0	0
41	0	1	0	1	1	1	0
42	0	1	0	1	1	0	0
43	0	1	0	1	0	1	0
44	0	1	0	1	0	0	0
45	0	1	0	0	1	1	0
46	0	1	0	0	1	0	0
47	0	1	0	0	0	1	0
48	0	1	0	0	0	0	0
49	0	0	1	1	1	1	0
50	0	0	1	1	1	0	0
51	0	0	1	1	0	1	0
52	0	0	1	1	0	0	0
53	0	0	1	0	1	1	0
54	0	0	1	0	1	0	0
55	0	0	1	0	0	1	0
56	0	0	1	0	0	0	0
57	0	0	0	1	1	1	0
58	0	0	0	1	1	0	0
59	0	0	0	1	0	1	0
60	0	0	0	1	0	0	0
61	0	0	0	0	1	1	0
62	0	0	0	0	1	0	0
63	0	0	0	0	0	1	0
64	0	0	0	0	0	0	0

Figura 3 – Uso da aplicação de *Java Logic Calculator*² para verificar se uma fórmula pode ter valor lógico verdadeiro.

Outros exemplos poderiam ser dados mas não se podia evitar de dar um exemplo de uso de prova automática no próprio GeoGebra envolvendo um problema geométrico. Por exemplo, na figura 4, usando o comando ou a

¹ O Isabelle é um assistente de prova automático. Inicialmente desenvolvido pela Universidade de Cambridge e a Universidade técnica de Munique conta hoje com contribuições de investigadores de todo o mundo <https://isabelle.in.tum.de/index.html>.

² <https://sourceforge.net/projects/logiccalculator/>

ferramenta **Relação** podemos testar a relação entre os pontos B e C , onde B corresponde a intersecção da perpendicular a PR e a perpendicular à reta, $a=PR$, que contém o ponto O e C corresponde ao ponto médio de $[PR]$. Este procedimento testa se uma determinada altura de um triângulo isósceles passa no ponto médio de um dos seus lados.

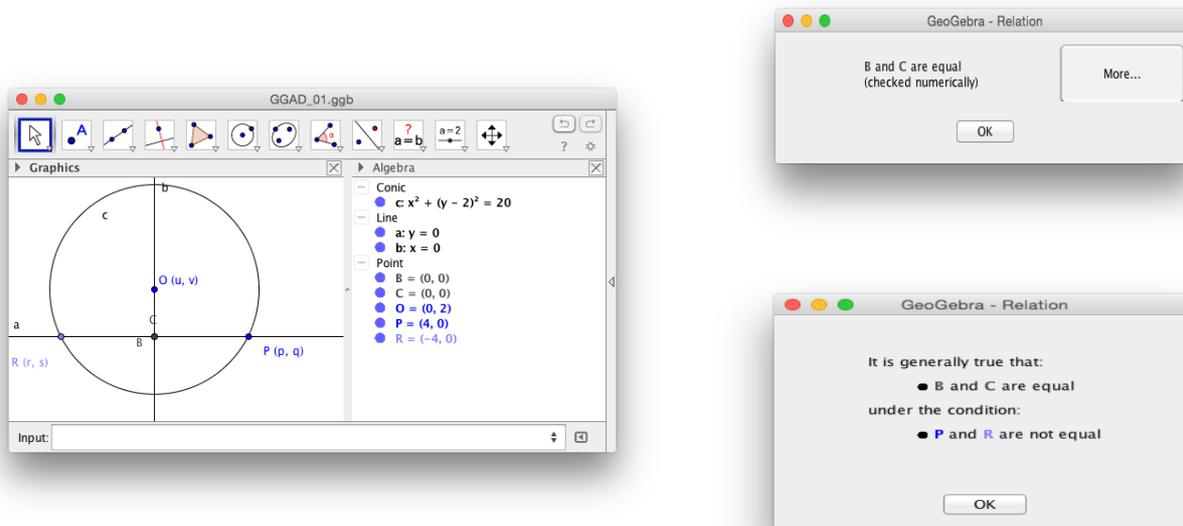


Figura 4 – Uso da ferramenta relação no GeoGebra

O desenvolvimento das redes sociais trouxe ainda um novo paradigma para o ensino e aprendizagem. Esta realidade está a ser também explorada em vários softwares, nomeadamente o GeoGebra integra o GeoGebra Groups (fig.5) que permite a gestão de tarefas para grupos desenvolvendo a possibilidade de interação do professor com os seus alunos, discutindo tarefas, possibilitando exercícios interativos, e na inclusão do dispositivo GeoGebra Exam (Dos Santos, J. M., & Trocado, A. :2016).

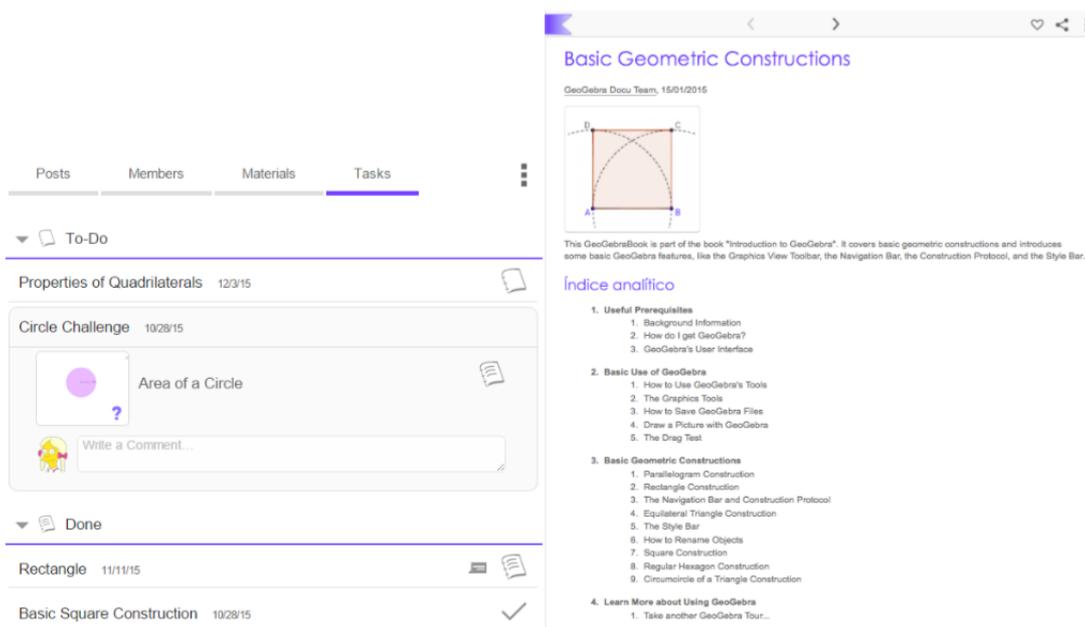


Figura 5 – Exemplo do GeoGebra Groups e do GeoGebra Books.

No caso da utilização do GeoGebra na avaliação, não há notícia do seu uso no nosso país, contudo no contexto austríaco e norueguês este já integra as avaliações finais do ensino secundário.

Conclusão

As ideias que aqui apresento pretendem ilustrar alguns pontos em que a tecnologia pode propiciar momentos de trabalhos aliciantes em sala de aula num contexto curricular onde o formalismo e a prova abundam. Em simultâneo demonstrar a importância da tecnologia na sala de aula de modo a desenvolver o espírito crítico dos alunos e criar as condições para introduzir algum uso das competências dos nativos digitais de hoje. Como docentes temos de ter a consciência que os jovens de hoje aprendem de modo distinto do que nos próprios aprendemos, negar este facto e caminhar para o abismo. É necessário entender que a tecnologia atual é uma ferramenta na investigação nas áreas da ciência em geral, e que a investigação em matemática abstrata também se socorre deste instrumento.

Finalmente, deixo a seguinte afirmação como um alerta, proferida por Edward Frenkel,

A maioria dos conteúdos que são ensinados nas aulas de matemática têm mais de mil anos e isso é verdadeiramente escandaloso e seria impensável numa aula de Ciências. Era o mesmo que continuarmos a ensinar às crianças que a Terra é plana ou que é o Sol que gira à volta dela.

In Expresso Online de 15 de dezembro de 2015, em entrevista de Joana Pereira Bastos

Bibliografia

- Breda, A., Trocado, A., & Santos, J. (2013). O GeoGebra para além da segunda dimensão. *Indagatio Didactica*, 5(1).
- Dos Santos, J.M. (1999) Construção de páginas interactivas com o javaSketchpad. Tese mestrado em Ensino da Matemática, Univ. do Porto (BNP, P. 15590 V.)
- Dos Santos, J. M., & Trocado, A. (2016). GeoGebra as a Learning Mathematical Environment. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*. ISSN 2237-9657, 5(1), 05-22.