



#### José Manuel Dos Santos Dos Santos

Agrupamento de Escolas D. Afonso Sanches / Instituto GeoGebra Portugal santosdossantos@ese.ipp.p

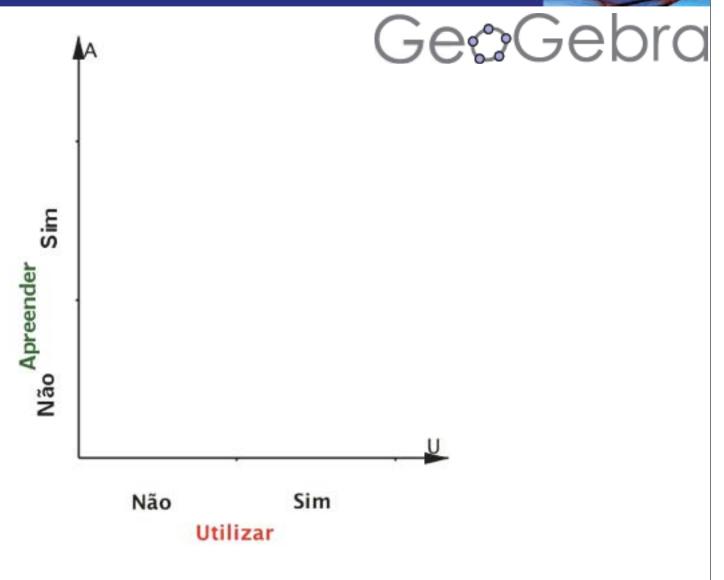
Tecnologia e matemática – Dilema didático num contexto programático hostil.



# Utilizar ou não utilizar tecnologia em matemática Aprender com tecnologia, ou sem tecnologia Ensinar com tecnologia, ou sem tecnologia



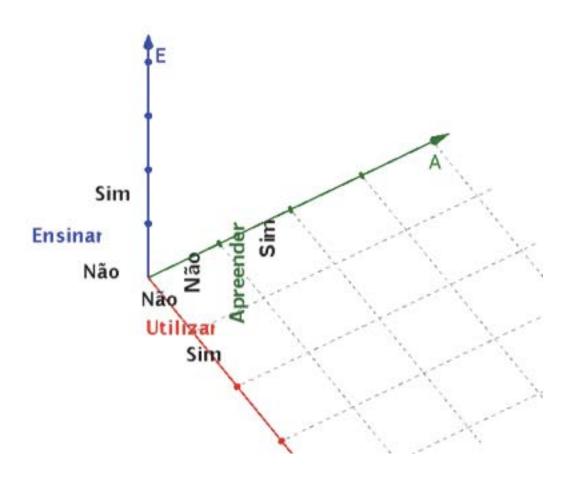






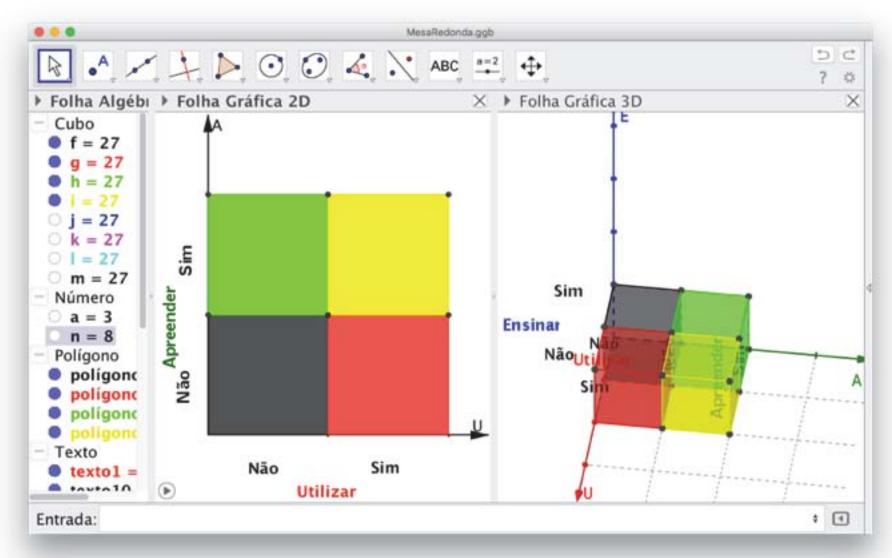


## Ge&Gebra













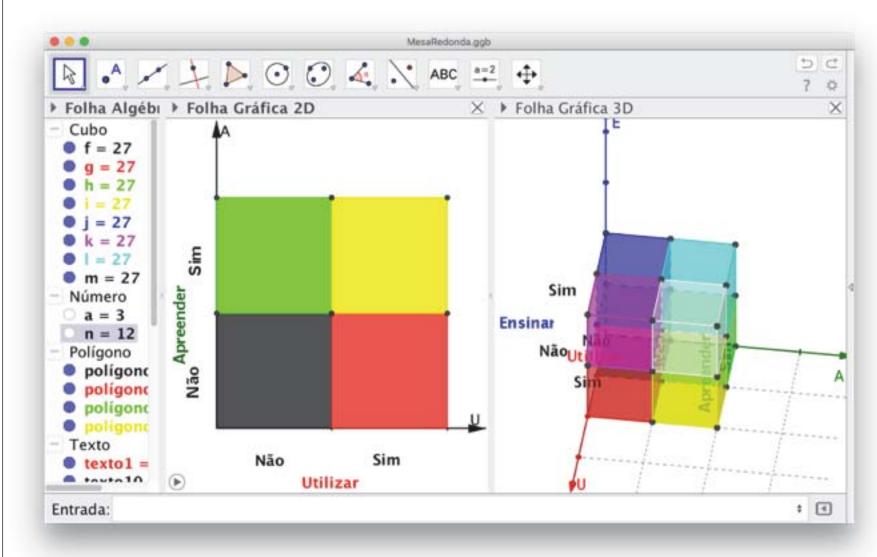






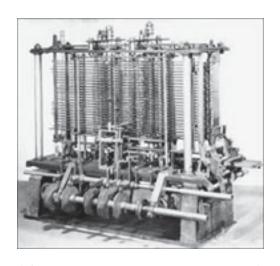


Figura 1. Relación entre diversos tipos de tareas, considerando su desafío e tipo de respuesta. (Ponte, 2005, p.8)

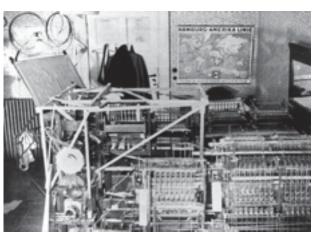
• Tarefas que, na maioria dos casos, caracterizaram-se por ser de desafio elevado, sendo o tipo resposta diversa (Ponte, 2005, p.8)



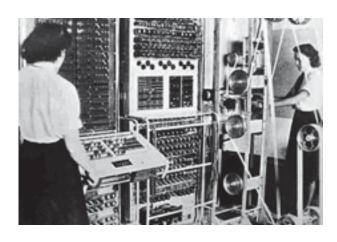




(Charles Babbage, 1837)



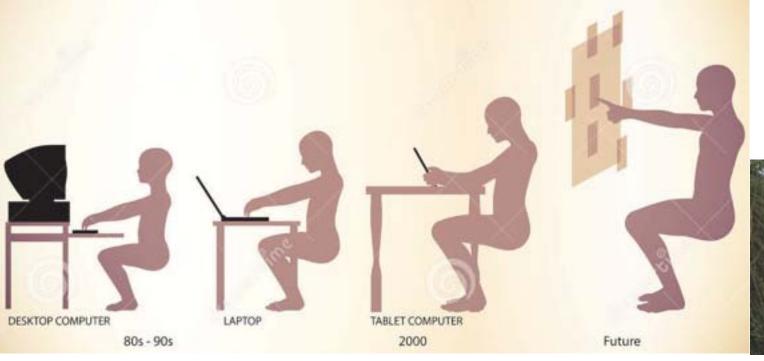
(Konrad Zuse,1938)



(Colossus, 1943)







Prémio European Research Council 2008 **Elvira Fortunato** FCT/UNL



## A cientista que ganhou 2,5 milhões

Elvira Fortunato, da Universidade Nova, conquista o maior prémio de sempre dado a um investigador português

mente losca para a carreira de per translator- (papel translator) Elvira Fortunato. Anton ela já encontrava já mais de quatro mi- simplexemente trabalhar, pompre soubera por via não oficial que fora enmemplada com o primciro prémie na ávez da Engentanês e rasso — a falarem de teciado llampon Recarch Courma, a maioria deles referirquer entrepo, e podidis de endel GEIC), organização que pela do se à descoberta da equipa 
vervistas e de informações visFrom 4 Sullivan, e convites pasidoros. A ciental esta esta entre en princira vet atribui em 2008 acueles que são enmiderado uma espécie de Prémios Nobel europeus. O nome do projecto venordor em inglês é 'hesiséble' checurech e propine se favor transteores e decultos interculos tramperentes usando haidos se micondutures, uma ideia arroja-

Fui usua seniana vordadoira- com as palavris em inglès «pe- lidórada por Elvira Formento.

"Nota semana rike comegui dae as linguas -- incluindo chi-- nerrane emalto-de parabéra, in-

dos de revistas e de utilos especializados, principalmente dos EUA\*, conta a investigadora. A da contuctos de empresas es-

ra conferências fora do pois.

MA CARREIRA BRILRANTE

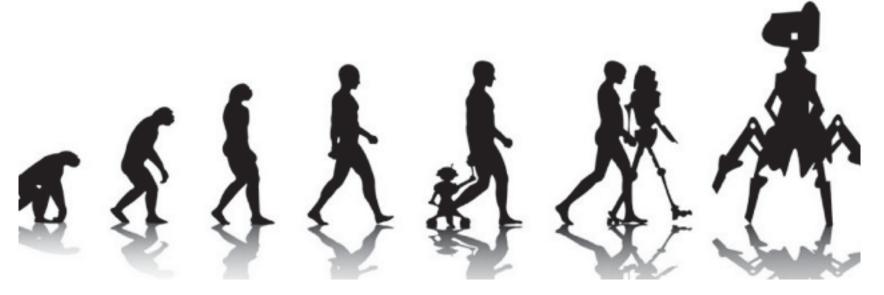
23 de Julho de 2008 If Prémie de European

Catarina, a filho seica de III à tande, a responta le perguntesa anna de Elvira, fiero controttivo- de Catarino chegava pelo cor-Dáci de situa na internet em to entra sempre a receber telefo com agitação juntaram os alto ma depois de a ver na SIC e' seio e European Research Council confermus of cishnonfer-the de imediato duas pergunte a atribuição do ¿º Prémio de 3.5 milhões de euros com a nota minima do tobela classificativa. (f), e incluis o nome de Elvira Fortunato no Top & mundial dos investigadores em electrónies transparense. O prémio é pessual e tradup-se num financiamento pera os próximos cinco anns que a directora de Conimat. poderá utilizar na investigação come quiser, ende quiser è eom a equipa que esneader. Mas o

#### Na vanguarda mundial



















## Computer generated math proof is too large for humans to check

February 19, 2014 by Bob Yirka report

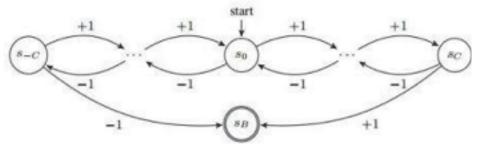
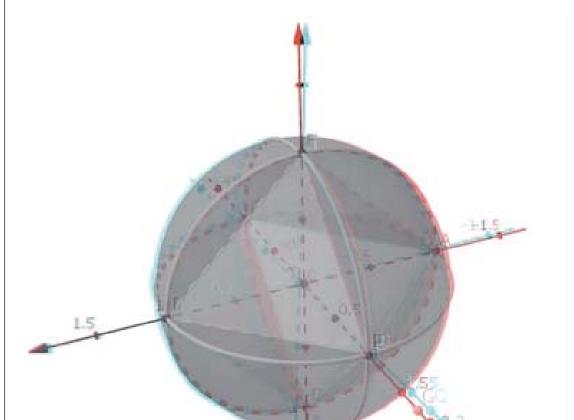


Figure 1. Automaton Ac.

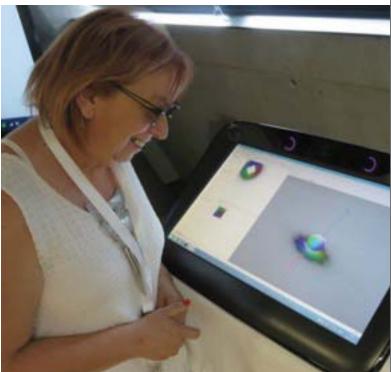
Jorge Almeida















## Primeiros passos ... Sabonetes Artesanais

#### TAREFA

#### SABONETES ARTESANAIS

A Mónica faz sabonetes artesanais.

Resolveu dar aos sabonetes normais a forma cilíndrica, com 6 cm de diâmetro da base e 8 cm de altura.

Um hotel pretende fazer uma encomenda de sabonetes também cilíndricos mas cujo preço seja, no máximo, metade do preço do sabonete normal, propondo que metade do preço corresponda a metade da quantidade de sabonete (ou seja, do volume).



A Mónica começou por fazer um sabonete experimental cilíndrico, com as dimensões reduzidas a metade. Depois pesou-o e verificou que não cumpria as condições acordadas com o hotel.

- Q1 Estará correta a conclusão da Mônica? Explique porquê.
- Q2 A Mónica coloca, então, duas hipóteses: "ou determino as dimensões corretas do sabonete de modo a que a sua forma cumpra as condições acordadas ou proponho a preço justo do sabonete experimental que produzi e sugiro uma encomenda de maior número de sabonetes".

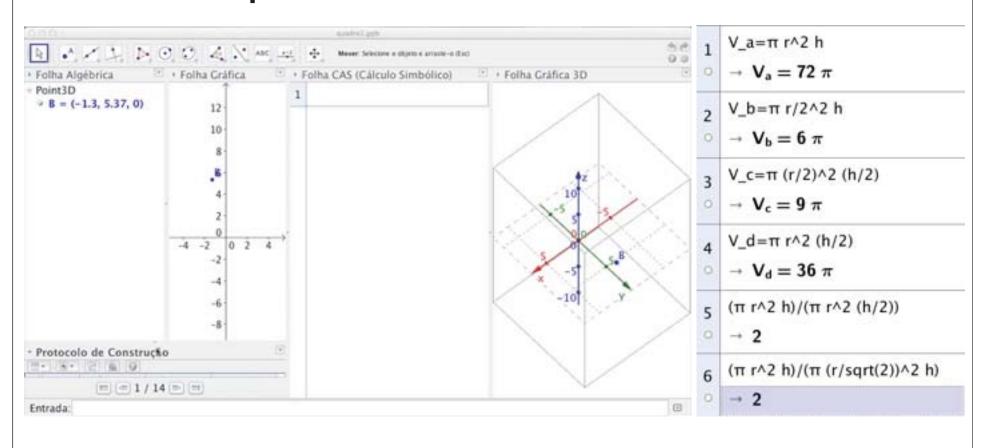
Ajude a Mónica a elaborar as duas propostas (use valores aproximados às décimas).







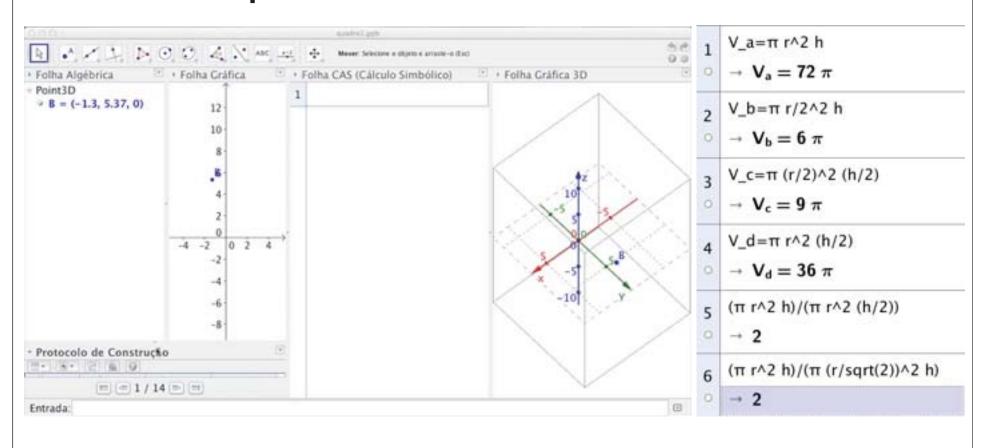
## Primeiros passos ... Sabonetes Artesanais







## Primeiros passos ... Sabonetes Artesanais





## Primeiros passos ... Cilindros



#### O problema inicial



Considera um cilindro cuja superfície lateral é equivalente a uma folha A4.

- Quantos cilindros distintos podes construir?
- Qual te parece que terá maior capacidade?



Os alunos exploraram o problema:

- 1.construindo modelos do cilindro;
- conjecturando sobre a capacidade dos modelos;
- apontando um valor do diâmetro da base dos modelos:
- 4.determinando um valor exacto do volume;

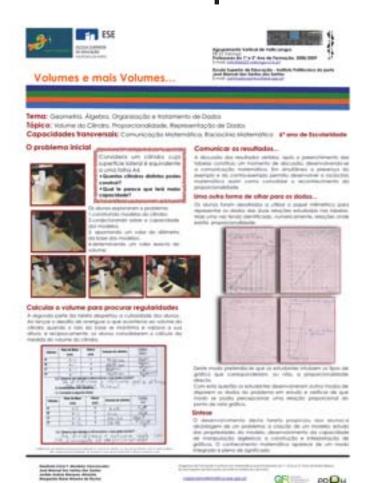








## Primeiros passos ... Cilindros



#### Calcular o volume para procurar regularidades

A segunda parte da tarefa despertou a curiosidade dos alunos . Ao lançar o desafio de averiguar o que acontecia ao volume do cilindro quando o raio da base se mantinha e variava a sua altura, e reciprocamente, os alunos consolidaram o cálculo da medida do volume do cilindro.

Cilindro Raio da Base (cm)		Altura (cm)	Volume do cilindro	Volume altura	
	2:4	1	12,56 cm	12,26-	
	2 5 11	2	25,12 our	30,13 5	
	2:1	3	58,68 cm	F4.40 0	
	2: //	4	50,24 0007	50,24 cm	
3.0	Continuando com Completa a seguin	m Dre	o volume 12,56cm2.	pela al	
3.0	continuando com Completa a seguin Raio da Base	cilindros te tabela	o volume	Pela al	
3.0	continuando com Completa a seguin Raio da Base (cm)	cilingros	Volume do cilindro	Pela al	
3. C 3.1.	continuando com Completa a seguin Raio da Base	cilindros te tabela Altura (cm)	Volume do cilindro	Volume rate	
3. C 3.1. Cilindro	continuendo com Completa a seguin Raio da Base (cm)	Altura (cm)	Volume do cilindro	Volume ratio	

Verificação da existência de proporcionalidade no volume do clindro, no caso de se manter o raio e variar a altura...

Não existe proporcionalidade do volume no caso de se manter fixa a altura e variar-se o raio.





## Primeiros passos ... Cilindros

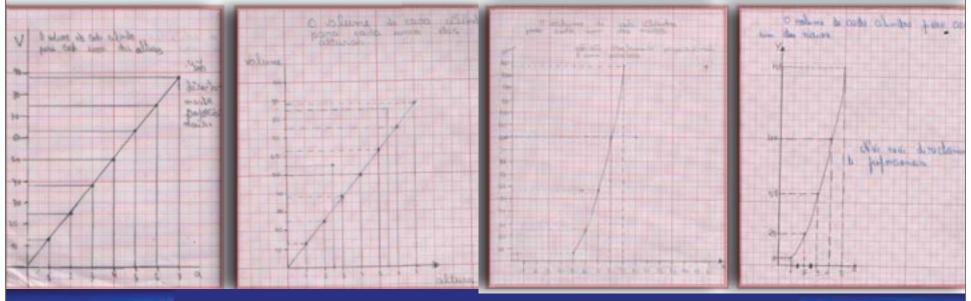


#### Comunicar os resultados...

A discussão dos resultados obtidos, após o preenchimento das tabelas constituiu um momento de discussão, desenvolvendo-se a comunicação matemática. Em simultâneo a presença do exemplo e do contra-exemplo permitiu desenvolver o raciocínio matemático assim como consolidar o reconhecimento da proporcionalidade.

#### Uma outra forma de olhar para os dados...

Os alunos foram desafiados a utilizar o papel milimétrico para representar os dados das duas relações estudadas nas tabelas. Mais uma vez tendo identificado, numericamente, relações onde existia proporcionalidade.

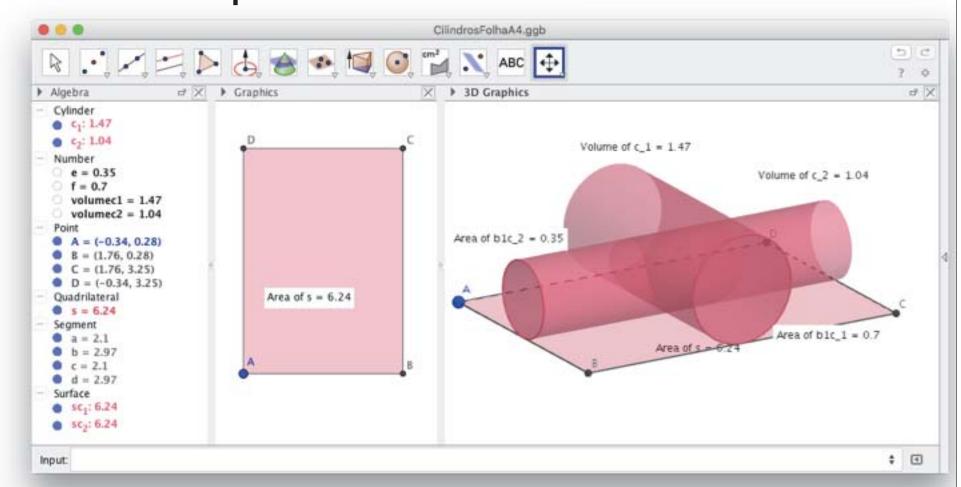






Ge&Gebra

## Primeiros passos ... Cilindros







## Primeiros passos ...Visualização

Modelos geométricos

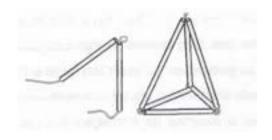






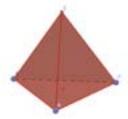








## Primeiros passos ...Visualização Ge&Gebra







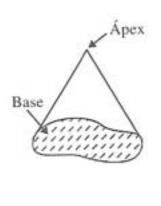


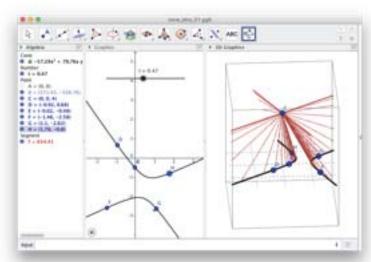


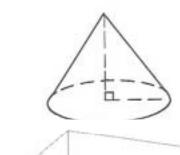


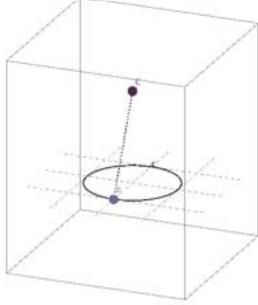


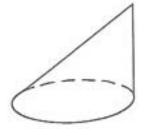
# Primeiros passos ...Visualização Ge&Gebra

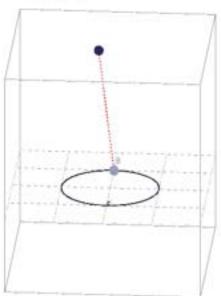










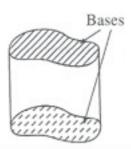


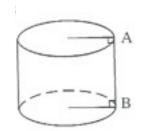




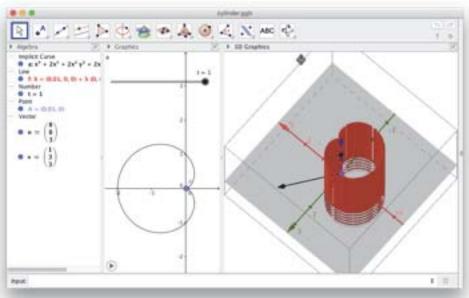
# Primeiros passos ...Visualização Ge&Gebra

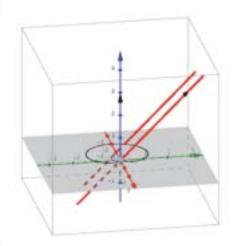
**▶** Cilindros

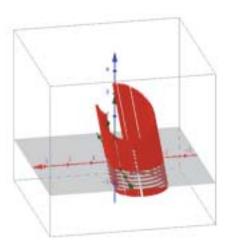








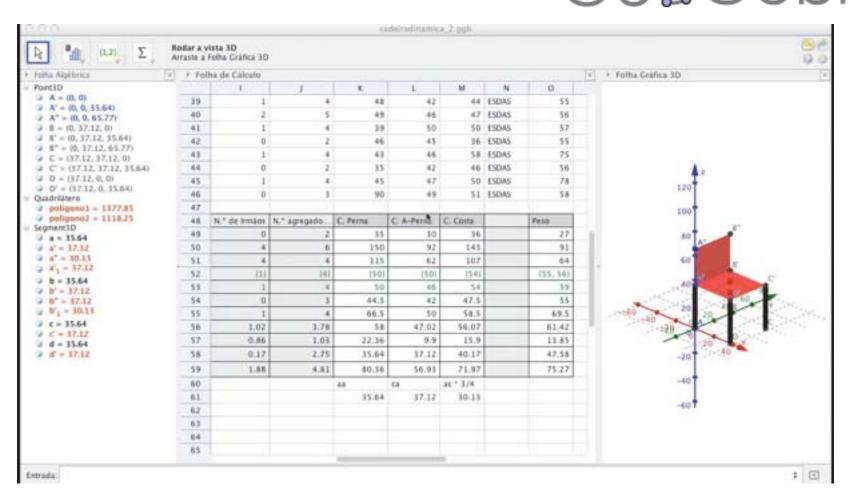








## Planificação e trajectória hipotética de aprendizagem





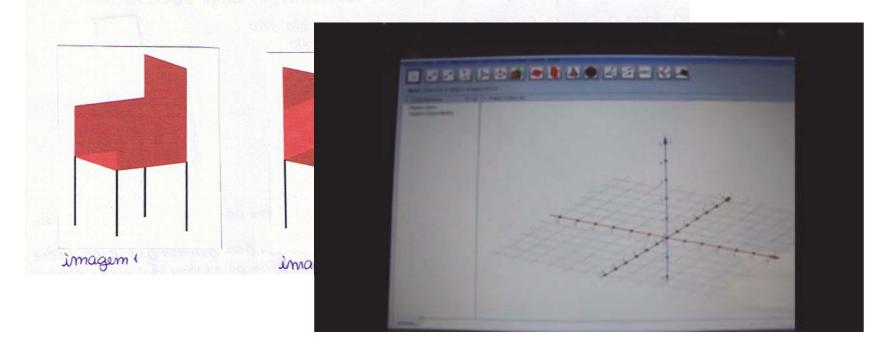


### GeoGebra e modelos en 3D

Ge¢Gebra

Figemes e projete no Geocebra emque construimos a cadeira com uma escal de 1:10 (como mostra mas imagem 1,2 e 3 em baixo)

faia fazer a eadeira começamos por ecluear na eaixa de entrada a função de segmenta de reta cam as eardenadas. Depais para o resto da cadeira colucame ma caixa de entrada a função de paliamo e as respetivas coordenadas. com os segmentos de reta firemos as perma e cam os paliamos fizemos as castas, as braços e o acento da cadeira.





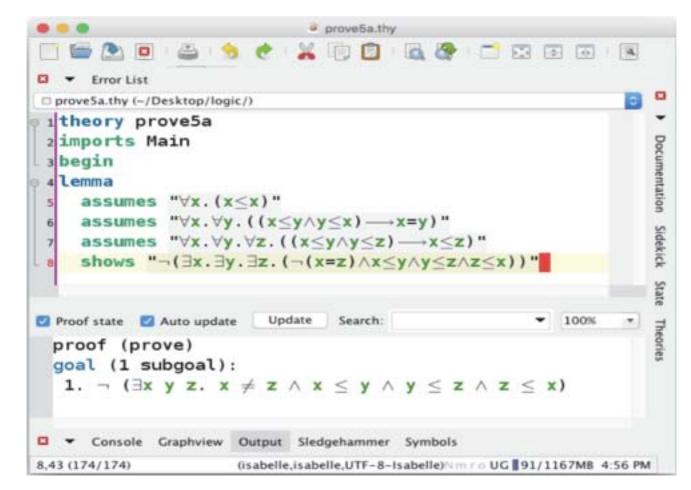


### Isabelle2016







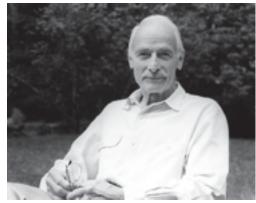






## Prover9





#### William McCune (Dezembro 1953 – Maio 2011)

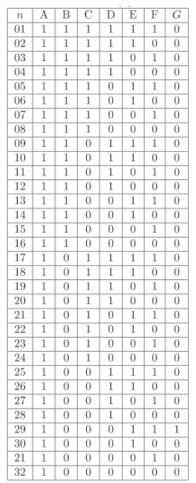
```
% ----- Comments from original proof -----
    % Proof 1 at 0.00 (+ 0.00) seconds.
    % Length of proof is 12.
   % Level of proof is 3.
    % Maximum clause weight is 9.
    % Given clauses 7.
    1 x <= y & y <= x -> x = y # label(non_clause). [assumption].
    2 x <= y k y <= z -> x <= z # label(non_clause). [assumption].
    3 (all x all y all z (x = z | -(x <= y) | -(y <= z) | -(z <= x))) # label(non_clause) # label(goal)
18 5 - (x \le y) \mid -(y \le x) \mid y = x. [clausify(1)].
    6 - (x \le y) \mid -(y \le z) \mid x \le z. [clausify(2)].
   7 c3 != c1. [deny(3)].
    8 c1 <= c2. [deny(3)].
    9 c2 <= c3. [deny(3)].
    10 c3 <= c1. [deny(3)].
    11 c1 <= c3. [hyper(6,a,8,a,b,9,a)].
    14 -(c1 <= c3). [ur(5,b,10,a,c,7,a)].
            [resolve(14,a,11,a)].
```



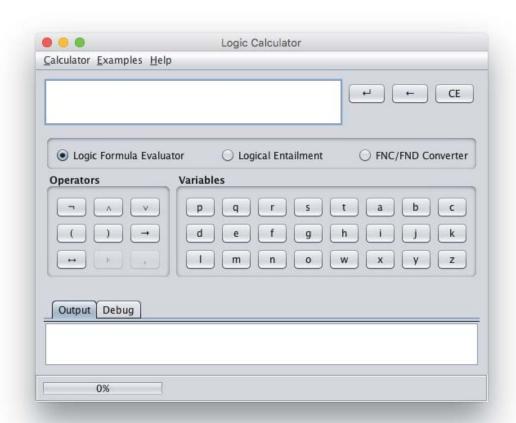


### Java Logic Calculator

 $(\neg A \lor \neg B) \land (\neg A \lor \neg C) \land (\neg B \lor \neg C) \land (\neg D \lor \neg E) \land (\neg D \lor \neg F) \land (A \lor D) \land (B \lor E) \land (C \lor F)$ 



٧ .	$\mathcal{O}_{j}$	/ \	(		٧		) /
n	A	В	С	D	Е	F	G
33	0	1	1	1	1	1	0
34	0	1	1	1	1	0	0
35	0	1	1	1	0	1	0
36	0	1	1	1	0	0	0
37	0	1	1	0	1	1	0
38	0	1	1	0	1	0	0
39	0	1	1	0	0	1	0
40	0	1	1	0	0	0	0
41	0	1	0	1	1	1	0
42	0	1	0	1	1	0	0
43	0	1	0	1	0	1	0
44	0	1	0	1	0	0	0
45	0	1	0	0	1	1	0
46	0	1	0	0	1	0	0
47	0	1	0	0	0	1	0
48	0	1	0	0	0	0	0
49	0	0	1	1	1	1	0
50	0	0	1	1	1	0	0
51	0	0	1	1	0	1	0
52	0	0	1	1	0	0	0
53	0	0	1	0	1	1	0
54	0	0	1	0	1	0	0
55	0	0	1	0	0	1	0
56	0	0	1	0	0	0	0
57	0	0	0	1	1	1	0
58	0	0	0	1	1	0	0
59	0	0	0	1	0	1	0
60	0	0	0	1	0	0	0
61	0	0	0	0	1	1	0
62	0	0	0	0	1	0	0
63	0	0	0	0	0	1	0
64	0	0	0	0	0	0	0



Uso da aplicação de Java Logic Calculator para verificar se uma fórmula pode ter valor lógico verdadeiro.

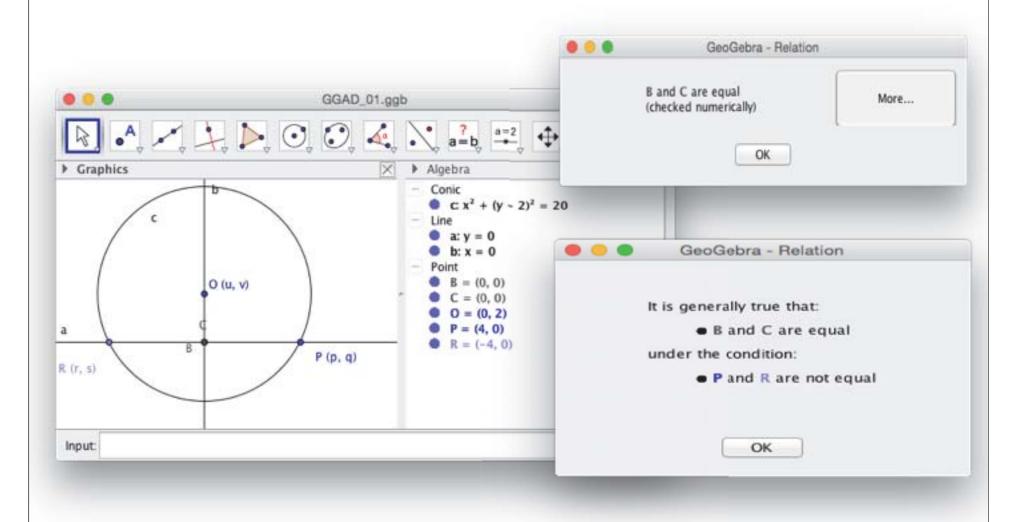






#### Uso da ferramenta da relação no GeoGebra

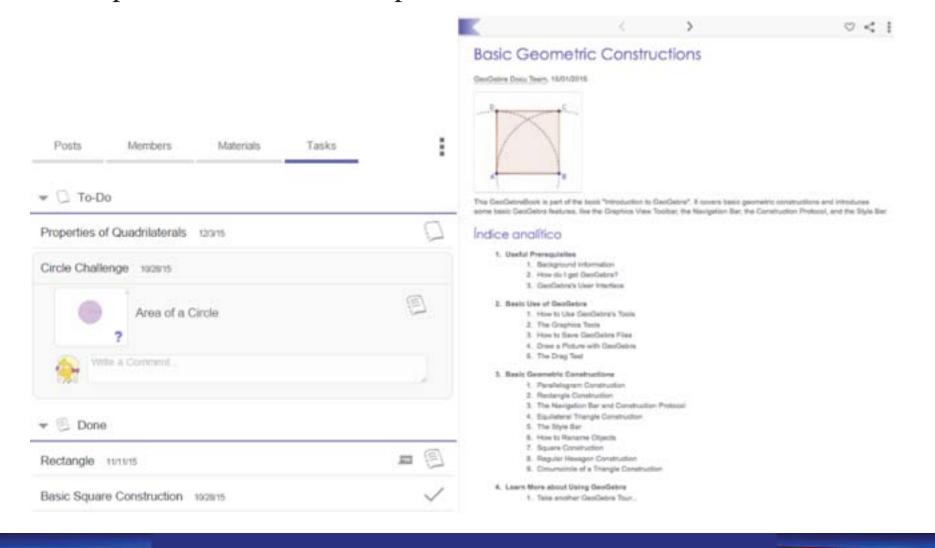








#### Exemplo do GeoGebra Groups e do GeoGebra Books.

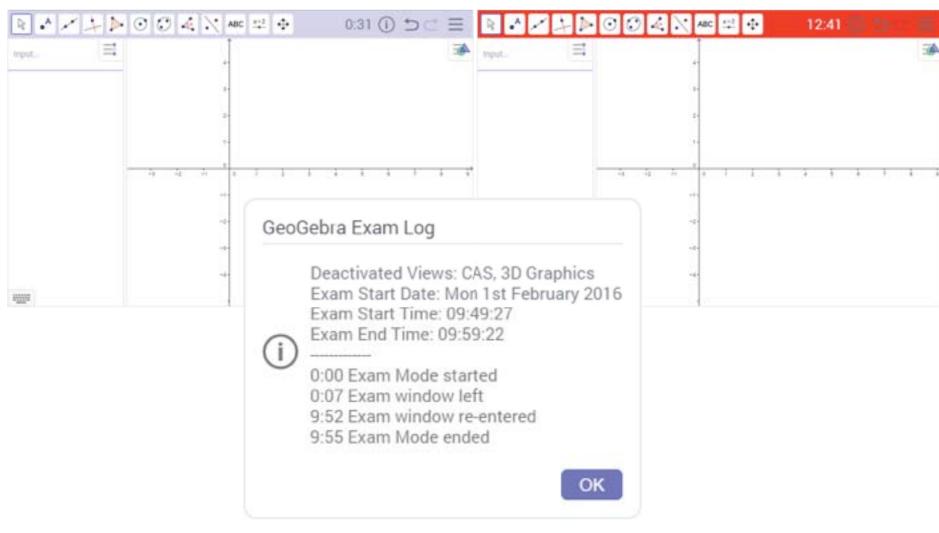






#### **GeoGebra Exam Mode**

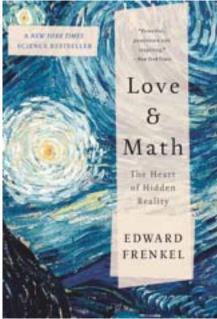












Finalmente, deixo a seguinte afirmação como um alerta, proferida por Edward Frenkel,

A maioria dos conteúdos que são ensinados nas aulas de matemática têm mais de mil anos e isso é verdadeiramente escandaloso e seria impensável numa aula de Ciências. Era o mesmo que continuarmos a ensinar às crianças que a Terra é plana ou que é o Sol que gira à volta dela.

In Expresso Online de 15 de dezembro de 2015, em entrevista de Joana Pereira Bastos





## Muito Obrigado!







Ana Breda

Alexandre Trocado

#### Bibliografia

Breda, A., Trocado, A., & Santos, J. (2013). O GeoGebra para além da segunda dimensão. Indagatio Didactica, 5(1).

Dos Santos, J.M. (1999) Construção de páginas interactivas com o javaSketchpad. Tese mestrado em Ensino da Matemática, Univ. do Porto (BNP, P. 15590 V.)

Dos Santos, J. M., & Trocado, A. (2016). GeoGebra as a Learning Mathematical Environment. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo. ISSN 2237-9657, 5(1), 05-22.